

Hilbert-Huang 变换的自适应频率多分辨分析研究

盖 强¹, 张海勇^{1,2}, 徐晓刚¹

(1. 大连舰艇学院, 辽宁大连 116018; 2. 大连海事大学, 辽宁大连 116023)

摘 要: Hilbert Huang 变换方法能自适应地提取非平稳数据的局部均值曲线, 将复杂的叠加信号分解成有限数量的、且有物理意义的内蕴模式分量函数, 从而得到有意义的瞬时频率和希尔伯特时频谱. 它是一种局域波分析方法. 其特点是比小波分析有更高的时频分辨率, 没有 Wigner Ville 分布的交叉项, 特别适合分析非平稳数据. 本文根据 Hilbert Huang 变换的原理, 推导出内蕴模式函数的递推表达式, 给出了希尔伯特谱的最高频率分辨率, 首次提出了一种新的自适应频率多分辨分析原理和方法, 从而完善了局域波分析的理论.

关键词: 自适应多分辨分析; Hilbert Huang 变换; 局域波分析

中图分类号: TN911. 73 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2005)03-0564-04

Study of Adaptive Frequency Multiresolution Analysis of the Hilbert Huang Transform

GAI Qiang¹, ZHANG Hai-yong^{1,2}, XU Xiaogang¹

(1. Dalian Naval Academy, Dalian, Liaoning 116018, China; 2. Dalian Maritime University, Dalian, Liaoning 116023, China)

Abstract: Through extracting the local mean value curve of nonlinear and non-stationary data, any complicated data set can be adaptively decomposed into a finite number of Intrinsic Mode Functions (IMFs) which have physical meaning and can be expressed in a kind of joint energy frequency time distribution form by the HHT (Hilbert Huang Transform), a typical realization of the Local Wave Analysis (LWA), so a meaningful instantaneous frequency can be obtained. The method has some good features compared to the other methods, such as having better joint time frequency resolution than Wavelet analysis, and without cross terms that exist in Wigner Ville distribution analysis. Therefore, it is especially powerful for analysis of non-stationary and nonlinear signals. In this paper, the mathematic expressions of IMFs and the limit of frequency resolution of the HHT are discussed further, and a new principle and method of adaptive frequency multiresolution analysis is put forward for developing the theory of the LWA.

Key words: adaptive multiresolution analysis; Hilbert Huang transform; local wave analysis

1 引言

信号频率分布在整个时间域内的平稳信号被称为全域波. 而非平稳信号的主要特征是其时变性, 其频率是瞬变的, 仅仅在某一局部时间内存在. 这类信号被称为局域波. 傅立叶分析为解决全域波问题提供了方便快捷的方法, 而对时变的局域波却显示出很大的局限性. 短时傅立叶变换, 小波分析, Wigner Ville 分布等时频分析方法在不同程度上对非平稳信号的时变性给予了恰当的描述, 大大改进了傅立叶变换分析方法的不足. 但它们最终仍然是基于傅立叶分析的, 因此也属于全域波分析方法的范畴. 局域波分析的典型方法是美国学者 Huang 提出的 HHT (Hilbert Huang Transform)^[1,2]. 它用经验的模式分解方法 EMD (Empirical Mode Decomposition), 把复杂数据自适应分解成瞬时频率有意义的、有限个可以是幅度或频率调制的高频和低频的内蕴模式分量函数 (Intrinsic Mode Function S). 它们的 Hilbert 变换构成的能量-时间-频率三维时

频分布谱图. 与小波分析相比, 它是一种无需任何先验知识的自适应的时频分析方法, 它的分解基依赖于信号本身, 数据的分解有真实的物理意义, 且有更高的时频分辨率. 因此, 局域波分析方法在分析非平稳数据解决局域波问题方面是取代基于傅立叶时频分析方法的一次突破.

由于 HHT 方法在解决局域波问题时有显著的效果, 所以其理论和应用得到了各界学者的广泛关注和研究. 文献[3,4]在提高其分解速度方面作了进一步的研究. 文献[5,6]在抑制该方法的边界效应方面提出了更好的方法. 文献[7]用局域波分析方法建立时变参数 ARMA 模型, 既保持了原方法的特点, 又扩大了应用范围. 此外, 局域波分析已成功地应用在地球科学^[8-10]、设备状况监测^[11,12]和生物医学^[13,14]等应用领域.

但由于 HHT 是一种基于经验的局域波分析方法, 其理论还正处在发展阶段. 本文根据 HHT 的原理, 推导出内蕴模式分量函数的递推表达式, 给出了希尔伯特谱的最高频率分辨率, 提出局域波分析的频率多分辨分析原理和方法, 并用

HHT 进行了仿真验证。

2 Hilbert-Huang 变换的基本原理

2.1 基于经验的模式分解方法(EMD)

根据函数要得到有意义的瞬时频率的约束条件^[15-17],文献^[1]提出了内蕴模式函数概念和 EMD 筛选算法。内蕴模式函数必须满足两个条件:其一是,信号极值点的数量与过零点的数量必须相等,或最多相差一个;其二是,在任一时间点上,信号极大值定义的上包络和极小值定义的下包络的局部均值为零。EMD 算法通过不断剔除信号的极大值和极小值连接的上下包络曲线的均值,将原始信号 $X(t)$ 分解成如下形式

$$X(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n \quad (1)$$

式(1)将原始数据分解成 n 个内蕴模式分量函数 c_i 及一个趋势分量 r_n 。从基函数理论的角度来看,EMD 对不同信号分解出的基函数 c_i 是不同的,它是依赖于信号本身的,是自适应的。它不同于傅立叶分解的基(一系列恒定幅度与频率的正余弦函数),也不同于小波分解的基函数(是预先给定的)。因此,局域波分解不仅改进了信号分解的效率,而且使这种分解方法可以处理非平稳数据。

2.2 希尔伯特时频谱

对任意的时间序列 $X(t)$, 我们可得到它的希尔伯特变换 $Y(t)$, 从而得到一个解析信号

$$Z(t) = X(t) + iY(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (2)$$

其中

$$a(t) = [X(t)^2 + Y(t)^2]^{1/2}, \theta(t) = \arctan \frac{Y(t)}{X(t)} \quad (3)$$

这样,希尔伯特变换提供了一个独特的定义幅度与相位的函数。即使有了希尔伯特变换,在将瞬时频率定义为下式时仍有很大的争议。

$$\omega = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (4)$$

这导致了 Cohen (1995) 引入了“单调分量函数”的说法^[18], 即数据在任何时刻只有一个频率值的分量, 被称为单一分量。EMD 分解法得到的内蕴模式函数 $C_j(t)$ 正好满足了单一分量的要求。对每一个内蕴模式函数 $C_j(t)$ 进行 Hilbert 变换, 可得到: $C_j(t)$ 的解析表达式 $a_j(t)e^{i\int \omega_j(t) dt}$, 最后有 $X(t)$ 的解析表达式

$$X(t) = PR \sum_{j=1}^n a_j(t)e^{i\int \omega_j(t) dt} + r_n \quad (5)$$

从式(5)可以看出, 每一个内蕴模式函数都可以是幅度或频率调制的, 这就已经打破了固定幅度与固定频率的傅立叶变换的限制, 并且它的分解基不是固定的, 而是随动态信号波形的变化而变化, 具有自调节自适应的特征, 因此局域波分析可以处理非平稳数据。同时式(5)可以把信号幅度在三维空间中表达成时间与瞬时频率的函数 $H(\omega, t)$, 被称为希尔伯特时频谱。

Hilbert-Huang 变换方法从根本上摆脱了傅立叶变换理论的束缚, 得到了瞬时频率有意义的希尔伯特时频谱图。但这种

基于经验的新方法还处在发展阶段, 它的内蕴模式分量函数的递推表达式、希尔伯特时频谱的最高频率分辨率、特别是它的频率多分辨率特性方面还没有得到研究。本文在这些方面做一些理论探索工作。

3 HHT 的自适应频率多分辨率特性

3.1 内蕴模式函数的递推形式

EMD 方法提出的内蕴模式函数满足的第二个条件: 在任一时间点上, 信号极大值定义的上包络和极小值定义的下包络的局部均值为零, 从局域波分析的角度看, 应该是: 在任一时间点上, 信号的局部均值为零。上下包络局部均值为零只不过是求局域均值的一种算法, 也可有其它求均值的算法。这样求内蕴模式函数就是剔除信号中随时间变化的具有不平稳特性的局部均值曲线。根据以上条件, 下面给出局域波分析的筛选算法和内蕴模式分量函数表达式。

假设信号为 $X(t)$, $mX(t)$ 表示对信号 $X(t)$ 求均值曲线, 并且用 $m^k X(t)$ 表示第 k 次对信号 $X(t)$ 求均值曲线, 则原始信号与 $mX(t)$ 的差值就被定义为第一个内蕴模式分量函数 c_1 , 即如下等式

$$c_1 = X(t) - mX(t) \quad (6)$$

得到第一个内蕴模式函数后, 用原信号与 c_1 的差, 即第一次均值曲线 $mX(t)$, 作为待处理信号再进行分解, 就可得到第二个内蕴模式函数, 依次类推, 可得出第 n 个内蕴模式函数的分解表达式

$$\begin{aligned} c_2 &= X(t) - c_1 - m(X(t) - c_1) = mX(t) - m(mX(t)) \\ &= mX(t) - m^2 X(t) \\ c_3 &= X(t) - c_1 - c_2 - m(X(t) - c_1 - c_2) \\ &= mX(t) - c_2 - m(mX(t) - c_2) = m^2 X(t) - m^3 X(t) \\ &\dots\dots \\ c_n &= m^{n-1} X(t) - m^n X(t) \end{aligned} \quad (7)$$

将式(6)与式(7)相加, 我们最终得到

$$X(t) = \sum_{i=1}^n c_i + m^n X(t) = \sum_{i=1}^n [m^{i-1} X(t) - m^i X(t)] + m^n X(t) \quad (8)$$

这就是内蕴模式分量函数和剩余分量的表达式。

以上计算数据的局部中值曲线是基于数据自身局部特征的, 因此分解过程是自适应的。目前, 实现局域波分析的分解算法主要有上下包络法、自适应时变滤波法和中值定理法^[19]。

3.2 希尔伯特谱的频率分辨率

设一信号时间长度为 T , 采样频率为 f_s , 采样数为 N 。由傅立叶变换理论可知, 从该信号可得到的最高分析频率为 $f_s/2$, 而从该信号可得到的最低频率和频率分辨率都为 f_s/N , 也就是 $1/T$, 是固定的。但局域波分析与它不同, 希尔伯特时频谱中信号的瞬时频率是其解析信号相位函数的导数, 因而所得到的最高瞬时频率 f_{\max} 是采样后信号中自身固有的最高频率, 这也是希尔伯特时频谱中的最高频率, 因此希尔伯特时频谱图中表示出的最高频率总是自适应地与信号自身固有的最

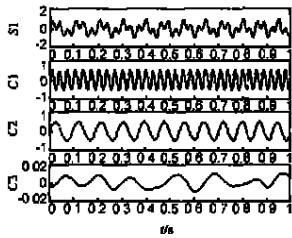


图 1 HHT 的信号分解图

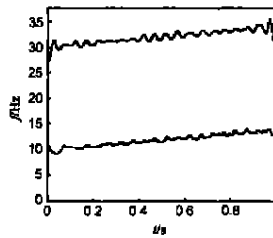


图 2 HHT 的时频图

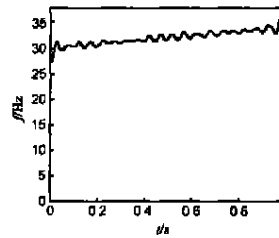


图 3 多分辨分析的高频分量时频图

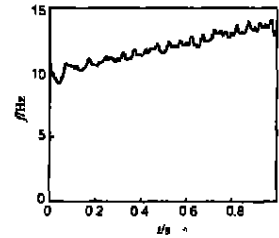


图 4 多分辨分析的低频分量时频图

高频率相一致,它与傅立叶变换最高分析频率 $f_s/2$ 不同.因此希尔伯特谱的最高频率分辨率只与采样信号中自身含有的最高频率和信号的采样数 N 有关,即

$$\Delta f = f_{\max}/N \quad (9)$$

这里的 $f_{\max} \leq f_s/2$,因此希尔伯特谱的频率分辨率比傅立叶分析的高出两倍多.

3.3 自适应频率多分辨分析

多分辨分析是小波分析理论的重要组成部分.在自然界和工程技术中经常遇到的是复杂而瞬变的信号,如湍流,风速和振动与噪声等.不过它们无论在时间域还是在频率域都可以分解成慢变部分(低频成份)和瞬变部分(高频成份)的叠加.这就需要既有中心频率不同的带通滤波器,但也有带宽不同的低通滤波器组.小波分析实现了这些滤波器组,它的多分辨分析理论使复杂信号的低频成份获得较高的频率分辨率,高频成分获得较高的的时间分辨率.而局域波分析的 EMD 分解方法可根据信号局部特征(极大值和极小值)自适应得到这些滤波器组,从而特别适合用于处理时变信号.这里若把式(7)表示成如下形式

$$m^{n-1}X(t) = m^n X(t) + C_n \quad (10)$$

则可看出,局域波分析对信号的每次分解都增加了一个细节(内蕴模式函数)和一个频率低于细节的低频分量,即第 n 次均值曲线.分解是对信号不断提取高频分量的过程,因此信号最短时间周期分量依次不断地被分解出来.例如, c_1 就代表了同一时刻上原信号中周期最短的分量,也就是频率最高分量,剩余信号包含了同一时刻低于最高频率的所有低频分量,仍可能含有多个内蕴模式函数可再次被分解.这样,当信号全部分解完后就可得到 c_1, c_2, \dots, c_n 这 n 个内蕴模式分量函数和一个剩余趋势项 $m^n X(t)$.

因此各内蕴模式函数所含的最高频率是从大到小排列的,其中 c_1 所含的最高频率最大, c_n 所含的最高频率最小.若用 $f_{i\max}$ 代表 c_i 分量包含的最高频率,则有

$$f_{i\max} > f_{(i+1)\max}, i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (11)$$

由 3.2 得知局域波分析的希尔伯特时频谱图频率分辨率为

$$\Delta f_i = f_{i\max}/N \quad (12)$$

N 表示信号采样数,因此有

$$\Delta f_i > \Delta f_{i+1} \quad (13)$$

由式(13)可知,每个内蕴模式函数的频率分辨率是不一样的.包含高频成份函数的频率分辨率低,包含低频成份函数

的频率分辨率高.而且含有不同频率成份的各内蕴模式函数和它们对应的希尔伯特时频谱中的最高频率及频率分辨率都是自适应得到的,没有使用任何先验知识.因此局域波分析具有自适应频率多分辨分析特性.

在局域波多分辨分析中,各内蕴模式函数的时间分辨率是不变的,就等于采样间隔,而它们的频率分辨率具有高分辨率特性.而小波分析中使用的小波基是个带宽信号,这就降低了小波多分辨分析的频率分辨率.另外,局域波分析各分量的时间尺度是从信号中自适应提取的,可以是任意值,而小波分析的时间尺度和范围要预先选取.因此,局域波分析频率多分辨分析特性优于小波分析.

4 仿真实验

下面根据局域波分析频率多分辨分析原理,讨论用 Hilbert Huang 变换实现对一个叠加的线性调频信号 $\sin(2\pi(10 + 2t)t) + \sin(2\pi(30 + 2t)t)$ 进行频率多分辨分析的仿真实验.图 1 是数据长度 1000 个采样点的原始信号 $S1$ 和 HHT 分解得到的信号分解图, $C1, C2$ 为两个内蕴模式分量函数, $C3$ 是一个剩余分量.这个分解是有物理意义的,因为它把包含在叠加信号中内蕴的两个变频信号真实地分解出来.从信号的表达式可知 $C1, C2$ 的最高频率分别为 34Hz 和 14Hz.由频率多分辨分析原理可以得到 $C1, C2$ 的频率分辨率分别应为 0.034 和 0.014.图 2 是用 HHT 传统方法得到的时频图,两个不同频率分量的分辨率都是 0.0376,接近 $C1$ 分量的理论频率分辨率 0.034.而图 3,4 是由局域波分析的多分辨率分析得到的时频图.它们在时频图中表示出的最高频率和频率分辨率都是在分解变换中自适应得到的.图 3 中高频分量频率分辨率仍为 0.0376,但图 4 中低频分量频率分辨率却明显提高了,为 0.0151,与 $C2$ 的多分辨率理论频率分辨率 0.014 相近.其误差与信号分解过程中的筛选精度和吉布斯效应有关.时频图对边界的处理采用的是边界波形匹配法^[5].

5 结束语

本文通过研究 Hilbert Huang 变换,推出了局域波分析中内蕴模式分量函数的递推表达式;给出了希尔伯特时频谱的最高频率分辨率,从而可以解释用基于傅立叶分析方法得到的希尔伯特谱频率分辨率与实际结果不一致的现象^[1];最后根据局域波分析的一般原理分析其自适应频率多分辨分析特性,并用 Hilbert Huang 变换的进行了仿真实验.

Hilbert Huang 变换是一种新的自适应频率多分辨分析方

法, 特别适合对非平稳信号或盲信号的处理. 当然, 局域波分析方法的研究还刚刚起步, 在完善其严密理论和方法方面还有待继续深入研究. 例如内蕴模式函数的数学定义, 分解的正交性证明和二维局域波分析的研究等.

如果说小波分析是对傅立叶分析的改良的话, 那么局域波分析将给信号处理领域带来一场革命性变化. 因此, 应更深入地开展局域波分析的理论研究和工程应用.

参考文献:

- [1] Huang NE, Zheng Shen, Long SR, et al. The empirical mode decomposition and the hilbert spectrum for nonlinear non stationary time series analysis[J]. Proc R Soc London, A(1998), 454: 903- 995.
- [2] Huang NE, Wu ML, Long SR, et al. A confidence limit for the empirical mode decomposition and hilbert spectral analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London, A(2003), 459: 2317- 2345.
- [3] 盖强, 马孝江, 张海勇, 等. 几种局域波分解方法的比较研究[J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24(2): 57- 59.
GAI Qiang, Ma Xiaojiang, ZHANG Haiyong, et al. Comparing study for decomposing methods using local wave method[J]. System Engineering and Electronics, 2002, 24(2): 57- 59.
- [4] Yu Bo, Ma X J. A new method for the analysis of non stationary nonlinear vibration signal and its use in machine fault diagnosis[A]. Proceedings of International Conference on Vibration Engineering[C]. China: PICVE, 1998. 668- 671.
- [5] 盖强, 马孝江, 张海勇, 等. 一种处理局域波法中边界效应的新方法[J]. 大连理工大学学报, 2002, 42(1): 115- 117.
GAI Qiang, Ma Xiaojiang, ZHANG Haiyong, et al. New method for processing end effect in local wave method[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2002, 42(1): 115- 117.
- [6] 邓拥军, 王伟, 钱成春等. EMD 方法及 Hilbert 变换中边界问题的处理[J]. 科学通报, 2001, 46(3): 257- 263.
DENG Yongjun, WANG Wei, QIAN Chengchun, et al. Boundary processing technique in EMD method and hilbert transform[J]. Chinese Science Bulletin, 2001, 46(3): 257- 263.
- [7] 张海勇, 马孝江, 盖强. 非平稳信号的一种 ARMA 模型分析方法[J]. 电子科学学刊, 2002, 24(7): 992- 996.
ZHANG Haiyong, GAI Qiang, Ma Xiaojiang. A new method for ARMA model of non stationary signal[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2002, 24(7): 992- 996.
- [8] Gloersen P, Huang NE. Comparison of interannual intrinsic modes in hemispheric sea ice covers and other geophysical parameters[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2003, 41: 1- 14.
- [9] Huang NE, Hsing H, Zheng Shen, et al. The Ages of large amplitude coastal seiches on the caribbean coast of puerto rico[J]. Journal of Physical Oceanography, 2000, 30(8): 2001- 2012.
- [10] Huang NE, Shen Zheng, Steven RL. A new view of nonlinear water waves: the hilbert spectrum[J]. Annu Rev Fluid Mech., 1999, 31: 417- 457.

- [11] 王珍, 马孝江. 局域波时频法在柴油机缸套活塞磨损诊断中的应用研究[J]. 内燃机学报, 2002, 20(2): 157- 160. WANG Zhen, MA Xiaojiang. Investigation on diagnosis of diesel engine piston liner wear faults based on local wave time frequency approach[J]. Transactions of CSICE, 2002, 20(2): 157- 160.
- [12] Chu Jan, Gai Qiang, Zhang Haiyong. The EMD Method and Its Use in Ship Diagnosis[A]. Proceeding of the International Symposium on Test and Measurement[C]. China: ISTM, 2003, 3: 2039- 2042.
- [13] Essex JW, Wiley AP. Application of the hilbert huang transform to the analysis of molecular dynamics simulations[J]. Journal of Physical Chemistry, A (2003), 107: 4869- 4876.
- [14] Huang Wei, Sheng Zheng, Huang NE, et al. Engineering Analysis of Biological Variables: An Example of Blood Pressure Over 1 Day[A]. Proc of Natl Acad Sci[C]. USA: PNAS, 95: 4816- 4821, April 1998.
- [15] Gabor D. Theory of communication[C]. 1946, Proc IEEE, 93. 429- 457.
- [16] Bedrosian E. A product theorem for hilbert transform[J]. 1963, Proc IEEE, 51: 868- 869.
- [17] Boashash B. Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal[J]. Part I, Fundamentals, 1992, Proc IEEE, 80: 520- 538.
- [18] Cohen L. Time-Frequency Analysis[M]. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995.
- [19] 盖强. 局域波时频分析方法的理论研究与应用[D]. 大连: 大连理工大学, 2001. GAI Qiang. Research and Application on the Theory of Local Wave Time-Frequency Analysis Method[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2001.

作者简介:



盖强 男, 1962 年出生于辽宁, 2001 年大连理工大学博士毕业, 现任大连舰艇学院自动化系副教授, 主要从事非平稳信号处理、数字图像处理、现代测控系统与故障诊断和作战模拟训练等领域的研究. E-mail: gaiqiang@mail.dlpt. ln. cn



张海勇 男, 1966 年出生于辽宁, 2001 年大连理工大学博士毕业, 现任大连舰艇学院信息工程系副教授, 主要从事非平稳信号处理和军事通信领域的研究, 目前在大连海事大学做博士后研究

徐晓刚 男, 1967 出生于浙江, 1998 年大连理工大学博士毕业, 浙江大学博士后, 现任大连舰艇学院自动化系副教授, 主要从事数字图像处理和虚拟现实技术领域的研究.